

Pismeni dio ispita iz Matematika, 10.09.2012.

GRUPA A

1. Odrediti brojeve a i b tako da je rang matrice $M = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 & -2 & 2 \\ 6 & 4 & 3 & -a & 3 \\ 9 & 3 & 2 & -6 & b \end{bmatrix}$ jednak 2.
2. Izračunati bez L'Hospitalovog pravila: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^3 - 4x}$.
3. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.
4. Izračunati površinu figure koju čine parabole $y^2 = 2x$ i $y = 4x^2$.
5. Naći parcijalne izvode prvog i drugog reda funkcije $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.
6. Riješiti diferencijalnu jednačinu $2x^3 y' = 2x^2 y - y^3$.

GRUPA B

$$2x - y + 3z = 9$$

1. Riješiti sistem jednačina $3x - 2y + 4z = 11$
 $x - y + z = 2$.
2. Izračunati bez L'Hospitalovog pravila: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{10 - 2x}{\sqrt{x + 4} - 3}$.
3. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{e^{2x}}{x + 1}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$.
5. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = xy^2$, ako je $x + 2y = 1$.
6. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y = 2xy' - 4(y')^3$.

GRUPA C

1. Riješiti matričnu jednačinu $AX = X + I$, ako je $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.
2. Izračunati bez L'Hospitalovog pravila: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x+1} - 1}$.
3. Ispitati i nacrtati funkciju $y = x^2 \ln x$.
4. Izračunati površinu figure koju čine linije $y = 2x - x^2$, $y = x - 1$.
5. Naći ekstreme funkcije $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.
6. Odrediti rješenje diferencijalne jednačine $xy' - 3y = x^4 e^x$, tako da je $y(1) = e$.

GRUPA D

1. Vektor $a = (1, 0, 1)$ izraziti kao linearnu kombinaciju vektora $b = (2, 1, 0)$, $c = (2, -1, 1)$ i $d = (0, 2, 0)$.
2. Izračunati: $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x}{4} \right)^{\frac{1}{x-4}}$.
3. Ispitati i nacrtati funkciju $y = \frac{x+1}{(x-1)^2}$.
4. Izračunati integral $\int x^2 e^{3x+1} dx$.
5. Naći parcijalne izvode prvog i drugog reda funkcije $z = \ln(x^2 + y^2)$.
6. Riješiti diferencijalnu jednačinu $x dx = (x^2 - 2y + 1) dy$.